



Canguru Matemático sem Fronteiras 2014

<http://www.mat.uc.pt/canguru/>

Categoria: Júnior

Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em $\frac{1}{4}$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

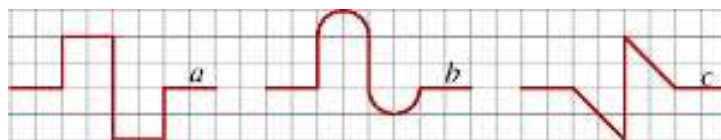
1. Em cada ano, o festival Canguru é realizado na terceira quinta-feira de março. Qual é a primeira data possível para a realização do festival?

- (A) 14 de março (B) 15 de março (C) 20 de março (D) 21 de março (E) 22 de março

2. O cargueiro Brisa do Mar detém o recorde de ser o maior navio porta-contentores a entrar no porto de Sines. Este cargueiro transporta 12500 contentores de igual tamanho justapostos em fila e que se estendem, no máximo, ao longo de 75 km. Qual é o comprimento de cada um dos contentores?

- (A) 6 m (B) 16 m (C) 60 m (D) 160 m (E) 600 m

3. Se a , b e c designam as medidas de comprimento das linhas na figura, que desigualdades estão corretas?



- (A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$ (E) $c < b < a$

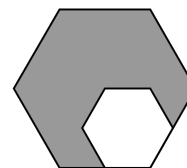
4. Na reta real, qual é o número equidistante de $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$?

- (A) $\frac{11}{15}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{6}{15}$ (E) $\frac{5}{8}$

5. O algarismo das unidades do número que representa o ano de 2014 é maior que a soma dos restantes três algarismos. Há quantos anos tal ocorreu, pela última vez, antes de 2014?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

6. Na figura ao lado, os hexágonos representados são regulares e o comprimento do lado do maior hexágono é o dobro do comprimento do lado do outro hexágono. A área do hexágono de menor lado é 4 cm^2 . Qual é a área do hexágono de maior lado?



- (A) 16 cm^2 (B) 14 cm^2
(C) 12 cm^2 (D) 10 cm^2
(E) 8 cm^2

7. Qual é a negação da seguinte afirmação “Toda a gente resolveu mais de 20 problemas”?

- (A) Ninguém resolveu mais de 20 problemas
(B) Alguém resolveu menos de 21 problemas
(C) Toda a gente resolveu menos de 21 problemas
(D) Alguém resolveu exatamente 20 problemas
(E) Alguém resolveu mais de 20 problemas

8. O Tomás desenhou um quadrado num referencial cartesiano ortonormado xOy . Uma das suas diagonais fica no eixo dos xx . As coordenadas dos dois vértices no eixo dos xx são $(-1, 0)$ e $(5, 0)$. Qual dos seguintes pares ordenados é o par das coordenadas de outro vértice do quadrado?

- (A) $(2, 0)$ (B) $(2, 3)$ (C) $(2, -6)$ (D) $(3, 5)$ (E) $(3, -1)$

9. Numa certa aldeia, a razão entre o número de homens adultos e o número de mulheres adultas é de $2 : 3$ e a razão entre o número de mulheres adultas e o número de crianças é de $8 : 1$. Qual é a razão entre o número de adultos (homens e mulheres) e o número de crianças?

- (A) $5 : 1$ (B) $10 : 3$ (C) $13 : 1$ (D) $12 : 1$ (E) $40 : 3$

10. Na bicicleta da figura, a roda grande tem $4,2 \text{ m}$ de perímetro e a roda pequena tem $0,9 \text{ m}$ de perímetro. Num certo momento, as válvulas de ambas as rodas estão no seu ponto mais baixo e de seguida a bicicleta desloca-se 100 m sempre no mesmo sentido. Ao fim de quantos metros percorridos voltam as válvulas a estar novamente no seu ponto mais baixo, pela primeira vez?



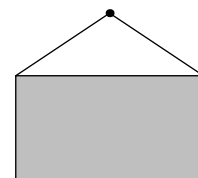
- (A) $4,2 \text{ m}$ (B) $6,3 \text{ m}$ (C) $12,6 \text{ m}$ (D) $25,2 \text{ m}$ (E) $37,8 \text{ m}$

Problemas de 4 pontos

11. Este ano, a soma das idades da avó Emília, da sua filha e da sua neta é 100. Se cada uma das idades for uma potência de base 2, em que ano nasceu a neta?

- (A) 1998 (B) 2006 (C) 2010 (D) 2012 (E) 2013

12. O Paulo colocou cinco quadros retangulares na parede cujas dimensões são as indicadas nas opções (A), (B), (C), (D) e (E). Para pendurar cada um dos quadros, ele colocou um prego na parede a uma distância de 2,5 m do chão e prendeu nos dois cantos superiores de cada quadro um fio com 2 m de comprimento. Quais são as dimensões, largura \times altura, do quadro que está mais próximo do chão?

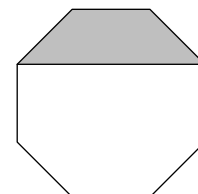


- (A) 60 cm \times 40 cm (B) 120 cm \times 50 cm (C) 120 cm \times 90 cm
(D) 160 cm \times 60 cm (E) 160 cm \times 100 cm

13. Seis raparigas partilham um apartamento com duas casas de banho, que usam todos os dias a partir das 7 horas. Uma de cada vez, todas elas usam a casa de banho durante 9, 11, 13, 18, 22 e 23 minutos, respetivamente. Quando a última rapariga sai da casa de banho elas vão juntas tomar o pequeno almoço. Se elas pretenderem tomar o pequeno almoço o mais cedo possível, a que horas o podem fazer?

- (A) 7h 48min (B) 7h 49min (C) 7h 50min (D) 7h 51min (E) 8h 03min

14. A figura ao lado mostra um octógono regular. A região a cinzento tem 3 cm^2 de área. Qual é a área do octógono?

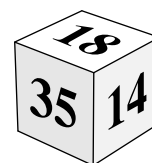


- (A) $8 + 4\sqrt{2} \text{ cm}^2$ (B) 9 cm^2
(C) $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$ (D) 12 cm^2
(E) 14 cm^2

15. Uma nova espécie de crocodilo foi descoberta em África. No exemplar encontrado, o comprimento da cauda é um terço do comprimento total. A cabeça mede 93 cm de comprimento, o que corresponde a um quarto do comprimento do crocodilo excluindo o comprimento da cauda. Qual é o comprimento deste crocodilo?

- (A) 558 cm (B) 496 cm (C) 490 cm (D) 372 cm (E) 186 cm

16. Na figura ao lado está um dado especial. A soma dos números em quaisquer duas faces opostas é sempre a mesma. Os números que não estão visíveis na figura são todos números primos. Que número está na face oposta à face com o número 14?



- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 23

17. A Ana fez uma caminhada de 8 km a uma velocidade de 4 km/h. Depois correu durante algum tempo a uma velocidade de 8 km/h. Durante quanto tempo correu, se no final a velocidade média foi de 5 km/h?

- (A) 15 min (B) 20 min (C) 30 min (D) 35 min (E) 40 min

18. Num campeonato de xadrez, uma vitória corresponde a um ponto, um empate a meio ponto e uma derrota a zero pontos. Um jogador de xadrez jogou 40 partidas e fez 25 pontos. Quantos jogos ganhou a mais do que perdeu?

- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 15

19. As trigémeas Joana, Daniela e Helena queriam comprar três chapéus. Os chapéus tinham o mesmo preço e à Joana faltava-lhe um terço do preço do chapéu, à Daniela um quarto e à Helena um quinto. Quando chegaram os saldos, cada chapéu ficou 9,40 € mais barato. Então as irmãs juntaram as suas economias e cada uma delas comprou um chapéu. Não sobrou dinheiro. Qual era o preço de cada chapéu antes dos saldos?

- (A) 12 € (B) 16 € (C) 28 € (D) 36 € (E) 112 €

20. Sejam p , q e r números inteiros positivos e $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$. Que número é igual ao produto $p \times q \times r$?

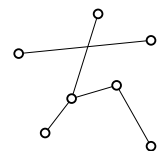
- (A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 36 (E) 42

Problemas de 5 pontos

21. Na equação $N \times U \times (M + E + R + O) = 33$, cada letra representa um algarismo diferente. De quantas maneiras diferentes podemos escolher os valores das letras?

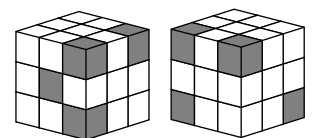
- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 48 (E) 60

22. No esquema da figura, o Carlos quer acrescentar alguns segmentos de reta de modo a que cada um dos sete pontos tenha o mesmo número de ligações a outros pontos. Qual é o menor número de segmentos de reta que o Carlos tem de desenhar?



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 10

23. A figura mostra duas vistas diferentes de um mesmo cubo. O cubo é construído a partir de 27 cubos mais pequenos, sendo cada um deles ou preto ou branco. Qual é o maior número de cubos pretos que poderá ter o cubo maior?



- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

24. Na ilha mágica, os sapos são ou verdes ou azuis. Num ano, o número de sapos azuis aumentou 60% enquanto que o número de sapos verdes diminuiu 60%. Verificou-se que no final do ano a razão entre o número de sapos azuis e o número de sapos verdes era igual à razão entre o número de sapos verdes e o número de sapos azuis do ano anterior. Qual é o aumento percentual do número de sapos nesse ano?

- (A) 0% (B) 20% (C) 30% (D) 40% (E) 50%

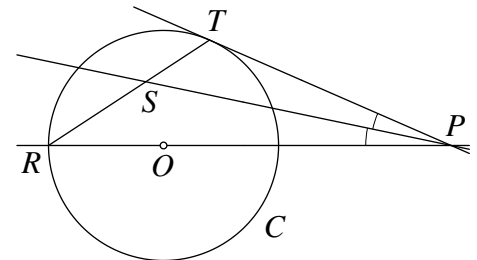
25. O Tomás escreveu vários números inteiros positivos distintos não superiores a 100. O produto de todos os números não é divisível por 18. No máximo, quantos números foram escritos pelo Tomás?

- (A) 5 (B) 17 (C) 68 (D) 69 (E) 90

26. Cada três vértices de um cubo dão origem a um triângulo. Quantos desses triângulos são construídos usando vértices não pertencentes a uma mesma face do cubo?

- (A) 16 (B) 24 (C) 32 (D) 40 (E) 48

27. Na figura, a reta PT é tangente à circunferência C de centro O , a reta PS é uma bissetriz de $\angle TPR$ e a reta PR passa por O . Qual é a amplitude de $\angle PST$?

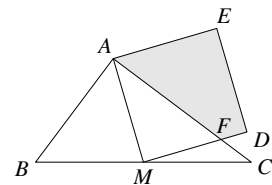


- (A) 30° (B) 45°
 (C) 60° (D) 75°
 (E) Depende da posição do ponto P

28. Consideremos o conjunto dos números de 7 algarismos que se podem obter usando, para cada número, todos os algarismos 1, 2, 3, ..., 7. Se organizarmos esses números numa lista por ordem crescente e depois dividirmos a lista ao meio, de modo a obter duas partes com o mesmo número de elementos, qual será o último elemento da primeira metade da lista?

- (A) 1234567 (B) 3765421 (C) 4123567 (D) 4352617 (E) 4376521

29. Seja $[ABC]$ um triângulo tal que $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm e $\overline{BC} = 10$ cm. Seja M o ponto médio de $[BC]$. Sabemos que $[AMDE]$ é um quadrado e que F é o ponto de interseção de $[MD]$ e $[AC]$. Qual é a área do quadrilátero $[AFDE]$?



- (A) $\frac{124}{8}$ cm² (B) $\frac{125}{8}$ cm² (C) $\frac{126}{8}$ cm² (D) $\frac{127}{8}$ cm² (E) $\frac{128}{8}$ cm²

30. Estão 2014 pessoas, lado a lado, encostadas a uma parede. Uns são cavaleiros e dizem sempre a verdade, os outros são escudeiros e mentem sempre. Cada pessoa diz: “Há mais escudeiros à minha esquerda do que cavaleiros à minha direita”. Quantos escudeiros estão encostados à parede?

- (A) 0 (B) 1 (C) 1007 (D) 1008 (E) 2014